«Решение систем уравнений второй степени»
9 класс

Содержание:
Решение систем уравнений второй степени: графический и аналитический способы.

Цель изучения:

1. Сформировать умение решать системы уравнений аналитическим способом.
2. Продолжить работу по формированию навыков решения систем уравнений графическим способом.
3. Развивать познавательный интерес и творческую активность учащихся.

Прогнозируемый результат:

1. Знать способы и методы решения систем уравнений второй степени.
2. Уметь правильно отбирать способы решения систем уравнений.
3. Уметь строить графики, работать с рисунком.

План урока:

1. Организационный момент.
2. Актуализация знаний.
3. Объяснение новой темы.
4. Решение задач.
5. Историческая справка
6. Подведение итога урока.
7. Домашнее задание.

Эпиграф:

Китайская мудрость: **« Я слышу – я забываю, я вижу – запоминаю, я делаю – я усваиваю»**

ХОД УРОКА

I. Организационный момент

Учащимся сообщается тема урока, формируются цель и задачи урока, виды деятельности учащихся для достижения цели.

II. Проверка домашнего задания

Во время перемены консультанты проверяют домашнюю работу (предварительно обсудив ее результаты с учителем).

а) В начале урока – доклад консультантов о результатах проверки.

б) Заслушать ход решения дополнительной задачи.

Задание:

При каких значениях параметра a система уравнений имеет три решения?

$$\begin{cases} y - x^2 = a, \\ x^2 + y^2 = 4. \end{cases}$$

Решение: парабола $y = x^2 + a$ будет иметь с окружностью $x^2 + y^2 = 4$ три общие точки только в случае $a = -2$.

Ответ: $a = -2$

III. Актуализация знаний учащихся.

Прежде чем перейти к объяснению новой темы давайте вспомним некоторые знания по данной теме, которые помогут нам.

1) Теоретический опрос по вопросам:
   - Что называется системой уравнений с двумя переменными?
   - Что значит решить систему уравнений?
   - Что называется решением системы уравнений с двумя переменными?
   - Сформулируйте алгоритм графического решения системы уравнений.
2) Проверочная работа (Приложение 1). Листок с заданием есть у каждого.

Ученики по очереди называют ответ, комментируют его, после обсуждения каждого уравнения вывешивается верный номер. На обороте карточек с номерами должно получиться слово «ПРАВИЛЬНО!».

Ответ:

Номер уравнения	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Номер чертежа	7	3	6	9	4	1	2	5	11	10

3) Работа у доски по карточкам (Приложение 2).
   Двое учащихся у доски выполняют индивидуальную работу по карточкам.

4) Устный опрос.

Пока 2 ученика работают у доски, с остальными учащимися проводится устная работа: один из учеников отвечает, остальные при необходимости дополняют, исправляют ответ своего товарища.

Задания.

1. Определите степень уравнения:
а) $xy^3 – 2y = 5$ б) $x^2 – y^4 = 2xy^2 – y^4$ в) $x^2 + 3y^2 = 0$
Ответ: а) 4, б) 3, в)2.

2. Является ли пара чисел (1; 0) решением уравнения
а) $x^2 + y = 1$ б) $xy + 3 = x$ в) $y(x + 2) = 0$
Ответ: да, нет, да.

3. Укажите какие-нибудь два решения уравнения
а) $xy = 6$ б) $(x – 3)(y + 2) = 0$ в) $x^2 – y^2 = 0$
(Ученики предлагают свои варианты ответа)

4. Имеет ли решения система и сколько
а) $\begin{cases} y = 3, \\ y = x^2 – 6. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = x^2 + 4. \end{cases}$
Ответ: а) имеет, 2. б) не имеет.

А сейчас давайте послушаем своих товарищей, выполнявших работу у доски.

IV. Введение нового материала в форме фронтальной работы с классом.

Заслушиваются объяснения учащихся, работавших у доски.
Учитель: ***Давайте сравним ответы. Чем они отличаются?***
-*У первого ученика значения получены точные*: (-1;0), (0;1),
а у второго ученика из двух решений системы один корень приближенный:
$x_1 = -1$, $y_1 = 0$; $x_2 \approx 0{,}6$, $y_2 \approx 0{,}8$.
Учитель: ***А как быть? Нам нужны точные значения! Неужели нас не устраивает графический способ системы?***
Ученики делают вывод, что графический способ обычно позволяет находить приближенные значения и не обеспечивает высокую точность. Решить систему уравнений другим способом.

Вывод: получить точные значения системы уравнений поможет нам аналитический способ.

Учитель: И такой способ есть - это аналитический способ решения систем уравнений 2-й степени. Он позволяет получить точные значения системы уравнений. Нам известны два метода решения систем аналитическим способом - это метод подстановки и метод сложения.
Какой же из них выбрать для данной системы? Давайте обратимся к учебнику.

- **Работа с учебником.**

Ученики в тексте учебника находят и изучают алгоритм аналитического способа решения систем уравнений методом подстановки.

- **Применение изученного алгоритма на примере.**

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ 2y - x = 1. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2y-1)^2 + y^2 = 1 \\ x = 2y - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} y = 0, \\ y = 0{,}8 \end{array}\right. \\ x = 2y - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = -1, \\ y = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 0{,}6 \\ y = 0{,}8. \end{cases} \end{array}\right.$$

Ответ: (-1;0), (0,6;0,8).

<u>Вывод:</u> данную систему можно решить двумя способами - графическим (решение карточки № 2) и аналитическим. **Но аналитический способ** в отличие от **графического способа** дает возможность получить точные значения.

V. Закрепление.

1. Решение номеров из учебника учащимися у доски.

№ 244 (в)

Решение: (образец записи решения)

$$\begin{cases} y - 2x = 2, \\ 5x^2 - y = 1. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x + 2, \\ 5x^2 - (2x + 2) = 1. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = -0{,}6, \\ x = 1 \end{array}\right. \\ y = 2x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 1, \\ y = 4 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -0{,}6 \\ y = 0{,}8. \end{cases} \end{array}\right.$$

Ответ: (1;4), (-0,6;0,8).

№ 246 (а)

$$\begin{cases} x - y = 3, \\ xy = -2. \end{cases}$$

Ответ: (2;-1), (1;-1).

2. Из истории...

Учитель: В библейской легенде голубка приносит Ною весть о том, что Бог сменил гнев на милость и что потоп кончился. Выражение «Голубь мира» приобрело особую популярность после того, как голубь, несущий в клюве оливковую ветвь, был использован художником при создании эмблемы для Всемирного конгресса сторонников мира (1949 год).

Решите систему уравнений. Используя найденные ответы, узнайте методом исключений фамилию художника, создавшего эту эмблему.

I вариант $\begin{cases} x + y = -2, \\ y^2 - 3x = 6. \end{cases}$ II вариант $\begin{cases} x - y = 7, \\ x^2 + y^2 = 9 - 2xy. \end{cases}$

Сальвадор Дали	Александр Дейнека	Пабло Пикассо

(-2;0), (1;-3)	(5; -2), (2;-5)	(-2;5), (-5;2)

У доски работают сильные ученики от каждого варианта

Ответы: I вариант (-2; 0), (1; -3)

II вариант (5; -2), (2;-5)

Вывод: Пабло Пикассо.

Учитель: Пикассо-и-Руис, Пабло испанец. Годы жизни: 1881 - 1973. Великий художник 20-го века, живописец, рисовальщик, скульптор, график, керамист. Жил и работал в Париже и разных окрестностях Франции. В Эрмитаже - 35 картин, богатое собрание графики, а также произведения керамики.

VI. Итог урока

1. Наш урок подошел к концу. Чем мы сегодня занимались на уроке, что нового узнали?

-повторили пройденный материал.

- научились решать системы уравнений 2-й степени аналитическим способом, правильно выбирать методы решения.

2. Учитель демонстрирует системы (на карточках), а ученики указывают «минусы» графического способа решения этих систем.

$$\begin{cases} y = x^2 - 37, \\ y = 37. \end{cases} \qquad \begin{cases} x^2 + y^2 = -3, \\ x + y = 3. \end{cases} \qquad \begin{cases} x^2 + y^2 = 20, \\ y = -x + 3. \end{cases}$$

Комментируются и выставляются оценки за урок ученикам, работавшим у доски, а также наиболее отличившимся на уроке.

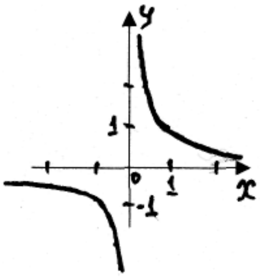
VII. Домашнее задание.

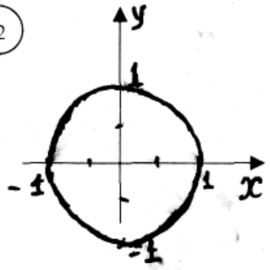
Пункт 13 № 245 (а), № 254 (а), дополнительно № 256 (а)

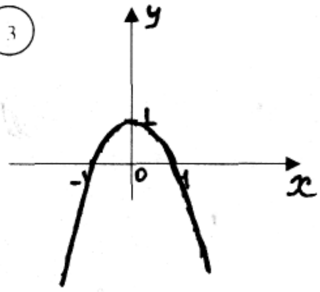
Благодарю всех за работу и желаю успехов при выполнении домашнего задания. Урок окончен. До свидания.

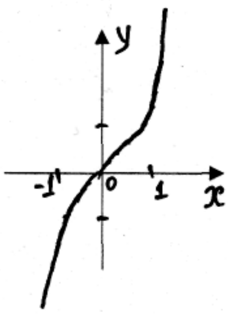
1.Задание. Проанализируйте уравнения, их графики и заполните таблицу. Каждому уравнению поставьте соответствующий номер рисунка.

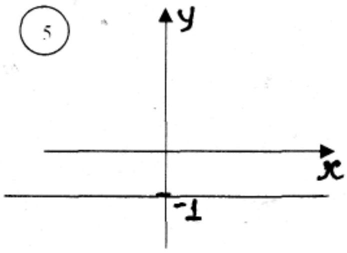
№	Формула уравнения	Преобразование формул	Номер чертежа
1	$x^2 - y = 0$	У = x^2	7
2	$y + x^2 - 1 = 0$	У = $-x^2+1$	3
3	$y = (x - 1)^2$	У =$(x -1)^2$	6
4	$y + (x +1)^2 = 0$	У = $-(x+1)^2$	9
5	$x^3 - y = 0$	У = x^3	4
6	$xy = 1$	У =$1/x$	1
7	$x^2 + y^2 = 1$	$x^2 + y^2 = 1$	2
8	$y + 1 = 0$	У = -1	5

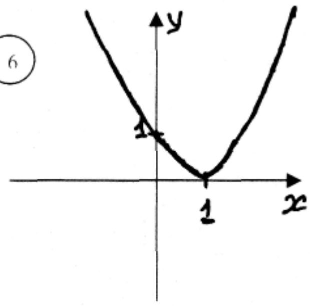
1


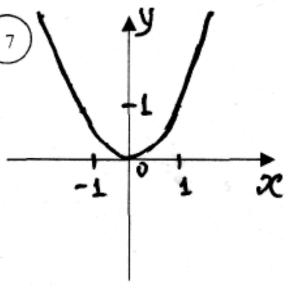
2


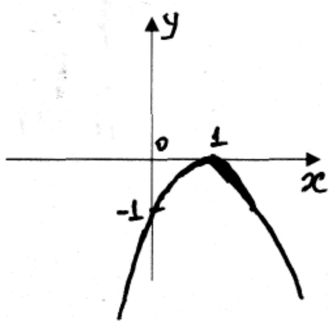
3


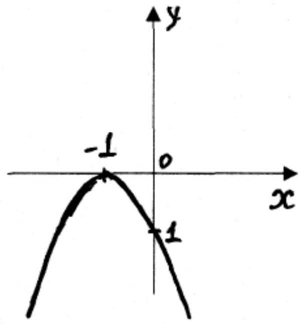
4


5


6


7


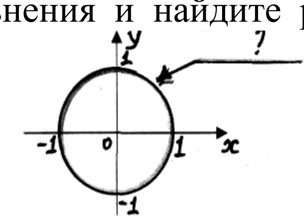
8


9


Задание № 1

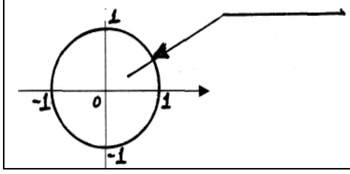
На чертеже дан график одного из уравнений системы. Дополните чертеж графиком другого уравнения и найдите решения системы.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ y - x - 1 = 0. \end{cases}$$



Задание № 2

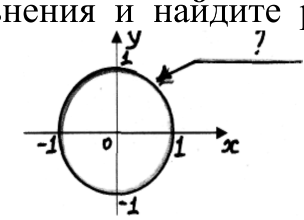
В данную систему впишите уравнение окружности, изображенной на чертеже. Дополните чертеж линией, уравнение которой уже записано в системе. Напишите решение системы. $\begin{cases} \ldots\ldots\ldots?\ldots\ldots\ldots, \\ y - x = 1. \end{cases}$



Задание № 1

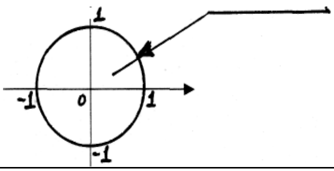
На чертеже дан график одного из уравнений системы. Дополните чертеж графиком другого уравнения и найдите решения системы.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ y - x - 1 = 0. \end{cases}$$



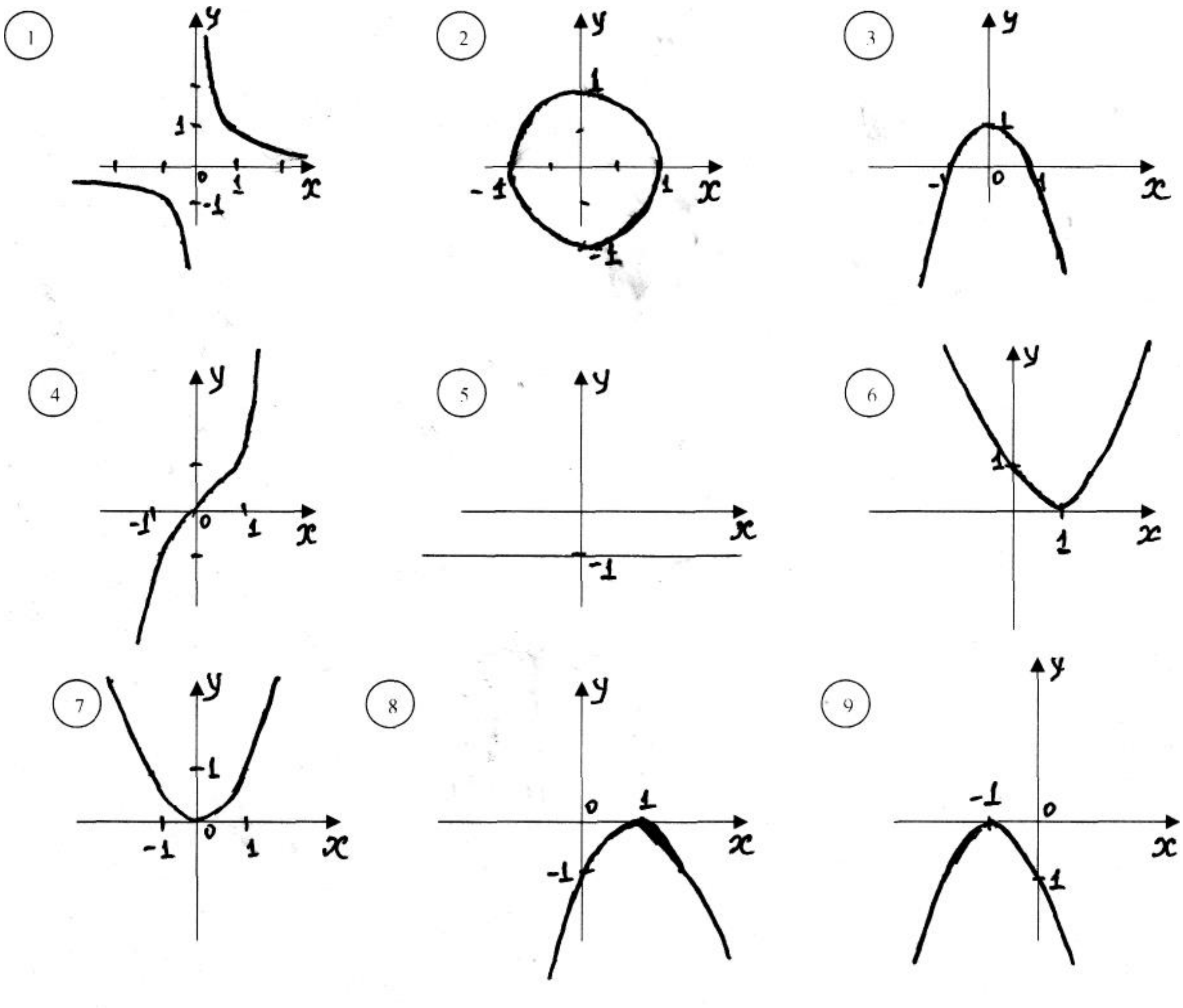
Задание № 2

В данную систему впишите уравнение окружности, изображенной на чертеже. Дополните чертеж линией, уравнение которой уже записано в системе. Напишите решение системы. $\begin{cases} \ldots\ldots\ldots?\ldots\ldots\ldots, \\ y - x = 1. \end{cases}$



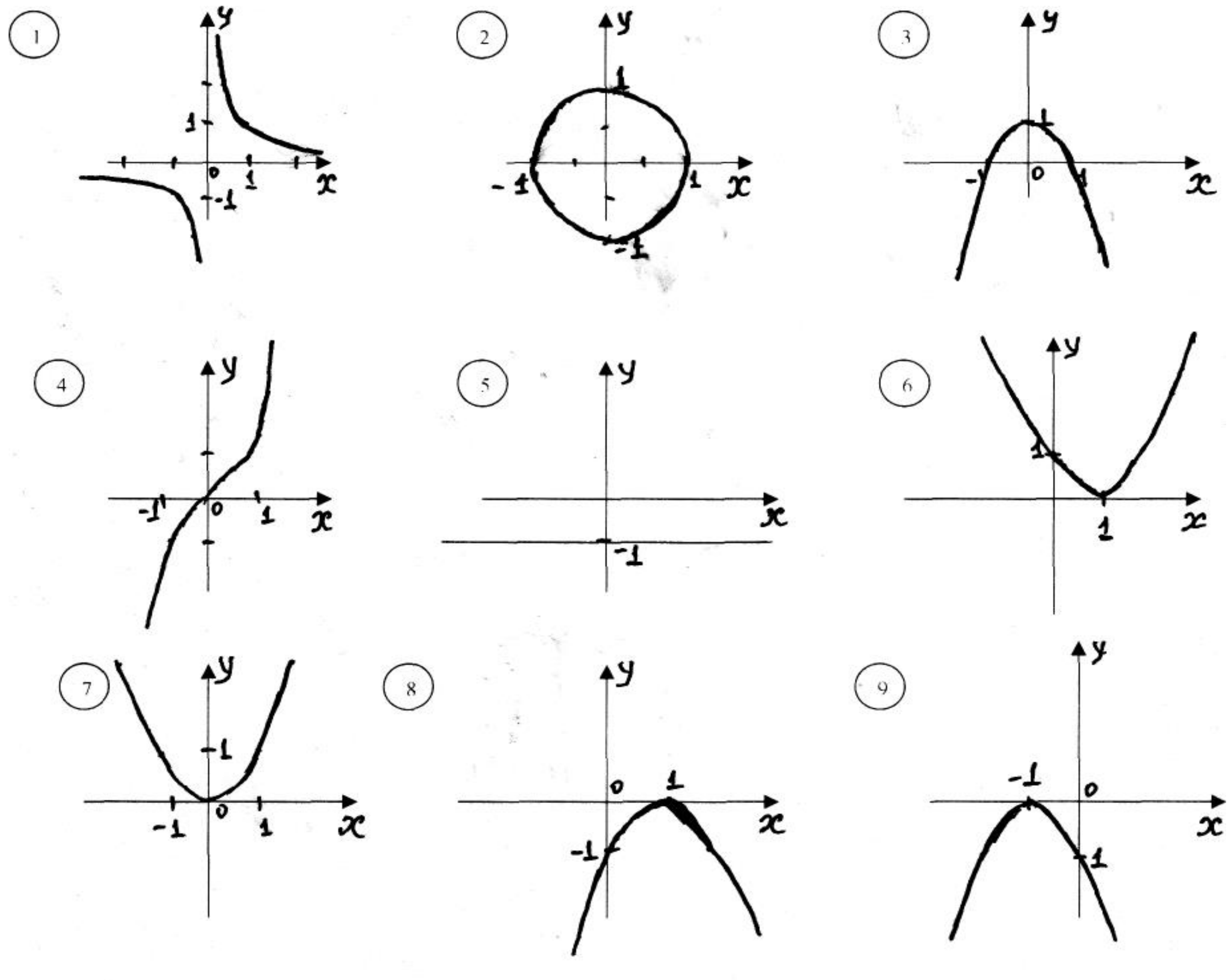
Задание. Проанализируйте уравнения, их графики и заполните таблицу. Каждому уравнению поставьте соответствующий номер рисунка.

№	**Формула уравнения**	**Преобразование формул**	**Номер чертежа**
1	$x^2 - y = 0$		
2	$y + x^2 - 1 = 0$		
3	$y = (x - 1)^2$		
4	$y + (x + 1)^2 = 0$		
5	$x^3 - y = 0$		
6	$xy = 1$		
7	$x^2 + y^2 = 1$		
8	$y + 1 = 0$		



Задание. Проанализируйте уравнения, их графики и заполните таблицу. Каждому уравнению поставьте соответствующий номер рисунка.

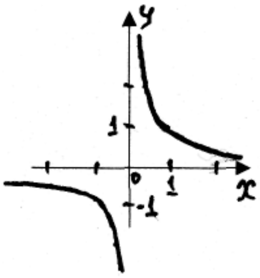
№	Формула уравнения	Преобразование формул	Номер чертежа
1	$x^2 - y = 0$		
2	$y + x^2 - 1 = 0$		
3	$y = (x - 1)^2$		
4	$y + (x + 1)^2 = 0$		
5	$x^3 - y = 0$		
6	$xy = 1$		
7	$x^2 + y^2 = 1$		
8	$y + 1 = 0$		



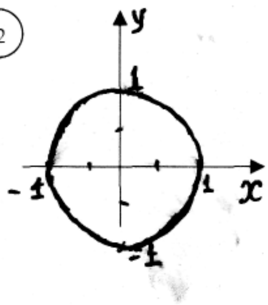
Задание. Проанализируйте уравнения, их графики и заполните таблицу. Каждому уравнению поставьте соответствующий номер рисунка.

№	Формула уравнения	Преобразование формул	Номер чертежа
1	$x^2 - y = 0$		
2	$y + x^2 - 1 = 0$		
3	$y = (x - 1)^2$		
4	$y + (x + 1)^2 = 0$		
5	$x^3 - y = 0$		
6	$xy = 1$		
7	$x^2 + y^2 = 1$		
8	$y + 1 = 0$		
9	$\sqrt{x} - y = 0$		
10	$y - \|x\| = 0$		

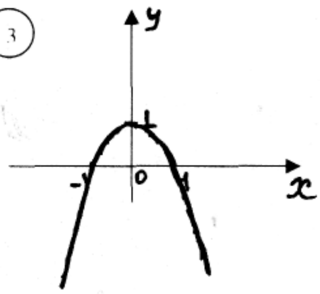
1



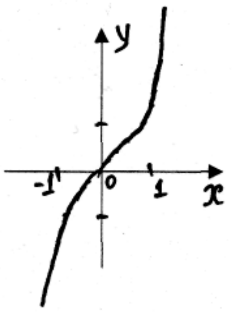
2



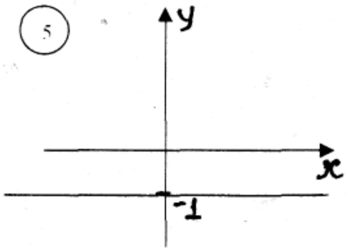
3



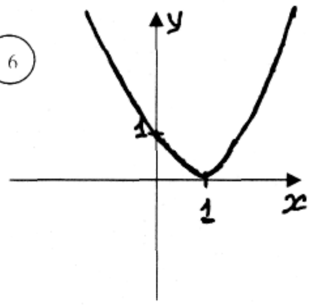
4



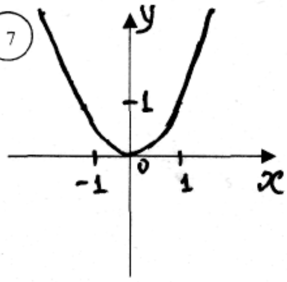
5



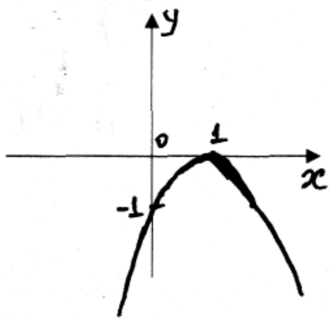
6



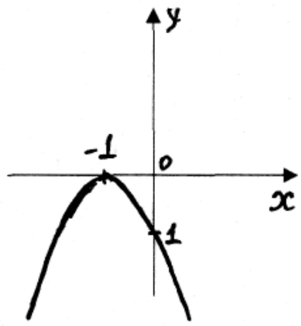
7



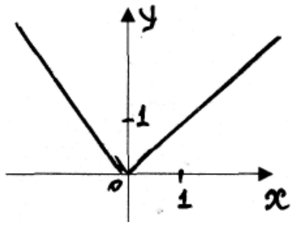
8



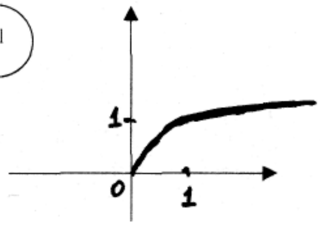
9



10



11



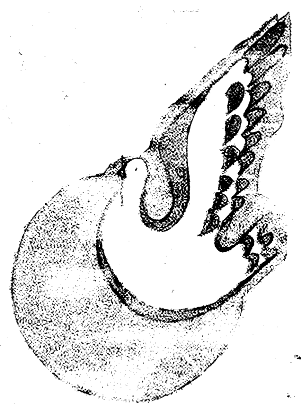
1. Определите степень уравнения:
а) $xy^3 - 2y = 5$ б) $x^2 - y^4 = 2xy^2 - y^4$ в) $x^2 + 3y^2 = 0$

2. Является ли пара чисел (1; 0) решением уравнения
а) $x^2 + y = 1$ б) $xy + 3 = x$ в) $y(x + 2) = 0$

3. Имеет ли решения система и сколько
а) $\begin{cases} y = 3, \\ y = x^2 - 6. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = x^2 + 4. \end{cases}$

Из истории...

Учитель: В библейской легенде голубка приносит Ною весть о том, что Бог сменил гнев на милость и что потоп кончился. Выражение «Голубь мира» приобрело особую популярность после того, как голубь, несущий в клюве оливковую ветвь, был использован художником при создании эмблемы для Всемирного конгресса сторонников мира (1949 год).



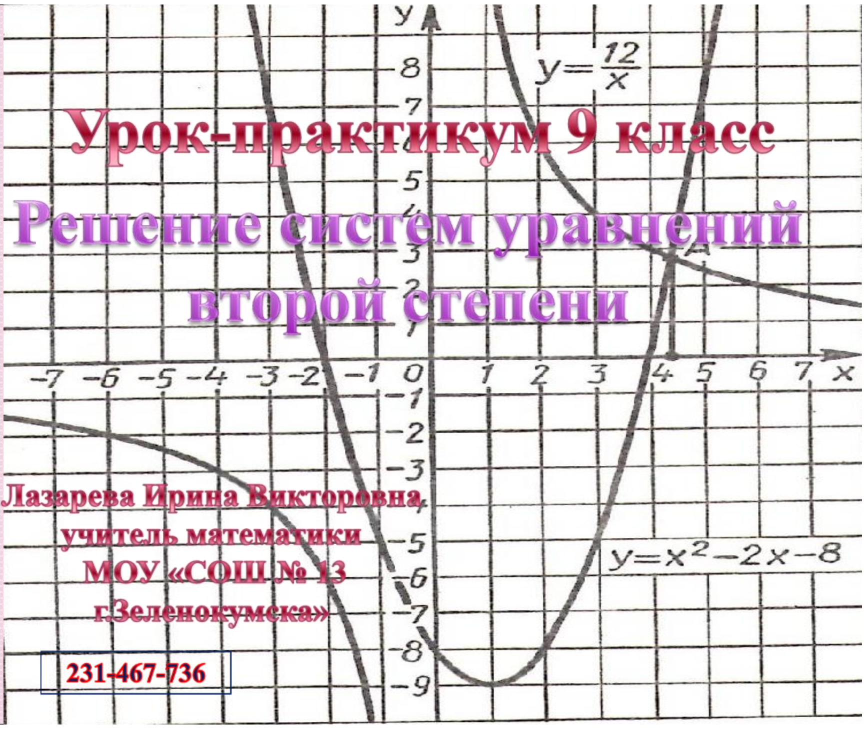
Решите систему уравнений. Используя найденные ответы, узнайте методом исключений фамилию художника, создавшего эту эмблему.

I вариант $\begin{cases} x + y = -2, \\ y^2 - 3x = 6. \end{cases}$ II вариант $\begin{cases} x - y = 7, \\ x^2 + y^2 = 9 - 2xy. \end{cases}$

Сальвадор Дали	Александр Дейнека	Пабло Пикассо
(-2;0), (1;-3)	(5; -2), (2;-5)	(-2;5), (-5;2)

Самостоятельная работа 2

	Вариант 1		Вариант 2
1	$\begin{cases} x^2+2y=6, \\ y=x-1. \end{cases}$	1	$\begin{cases} x^2-2y=54, \\ y=x-3. \end{cases}$
2	$\begin{cases} x^2-y^2=24, \\ x-2y=7. \end{cases}$	2	$\begin{cases} 4y+x=0, \\ x^2+y^2=17. \end{cases}$
3	$\begin{cases} (x-2)(y-1)=30, \\ 2x-y=10. \end{cases}$	3	$\begin{cases} (\tilde{o}-2)(\acute{o}-1)=36, \\ \tilde{o}-2\acute{o}=6. \end{cases}$
4	$\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{6}, \\ 2y-x=1. \end{cases}$	4	$\begin{cases} \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{2}, \\ 2x-y=2. \end{cases}$
Дополнительное задание. **Имеет ли решение система уравнений**		$\begin{cases} 3x+2y=11, \\ 5x-3y=12, \\ x^2+y^2-xy-y=6. \end{cases}$	



Урок-практикум 9 класс

Решение систем уравнений второй степени

Лазарева Ирина Викторовна,
учитель математики
МОУ «СОШ № 13
г.Зеленокумска»

231-467-736

Способ подстановки

- Выражают из какого-нибудь уравнения системы одну переменную через другую;
- Подставляют в другое уравнение системы вместо этой переменной полученное выражение;
- Решают полученное уравнение с одной переменной;
- Находят соответствующее значение второй переменной, из подстановки.

Способы решения систем уравнений

подстановки

сложения

графический